



DOI: <https://doi.org/10.31534/CO/ZT.2018.12>

## Analiza pouzdanosti armiranobetonskog okvira metodom konačnih elemenata (MKE)

Marin Grubišić<sup>1</sup>, Jelena Ivošević<sup>1</sup>

(1) Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski fakultet Osijek, Republika Hrvatska, [marin.grubisic@gfos.hr](mailto:marin.grubisic@gfos.hr), [jelenaivosevic9@gmail.com](mailto:jelenaivosevic9@gmail.com)

### Sažetak

Cilj ovog rada je prezentirati mogućnosti nelinearnog modeliranja armiranobetonskog (AB) ravninskog okvira i njegove analize pouzdanosti metodom konačnih elemenata (MKE). Studija se sastoji od eksperimentalnog i numeričkog modela [1]. Ukratko je prikazan primjer numeričke kalibracije eksperimenta, nakon čega je numerički model nadograđen u svrhu analize pouzdanosti. Kalibracije i analize pouzdanosti modela provedene su računalnim programom *OpenSees* [2].

Na temelju monotonog odziva postupnim guranjem okvira, dopunjen je numerički model s parametrima slučajnih varijabli, u cilju analiziranja pouzdanosti ograničavanjem horizontalnog međukatnog pomaka. Korištene su metode analize pouzdanosti FOSM, FORM, SORM i Monte Carlo simulacije, nakon čega su prezentirani osnovni rezultati i izvedeni zaključci.

**Ključne riječi:** armiranobetonski okvir, analiza pouzdanosti, FOSM, FORM, SORM, Monte Carlo, *OpenSees*

## Reliability analysis of reinforced concrete frame by Finite Element Method (FEM)

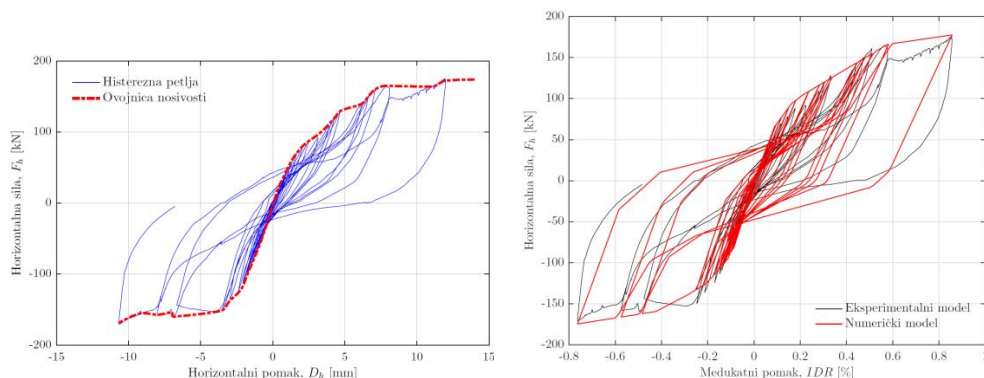
### Abstract

The aim of this paper is to present the possibilities of nonlinear modelling of reinforced concrete (RC) plane frame and its reliability analysis by Finite Element Method (FEM). The study consists of an experimental and numerical model [1]. An example of numerical experiment calibration is shown briefly, after which the numerical model is upgraded for reliability analysis purposes. Calibration and model reliability analysis were performed by the *OpenSees* computer program [2].

Based on the pushover response, a numerical model with random variable parameters has been updated to analyse the reliability by limiting the lateral displacement. FOSM, FORM, SORM and Monte Carlo simulation methods were used, after which basic results and conclusions were presented.

**Keywords:** reinforced concrete frame, reliability Analysis, FOSM, FORM, SORM, Monte Carlo, *OpenSees*

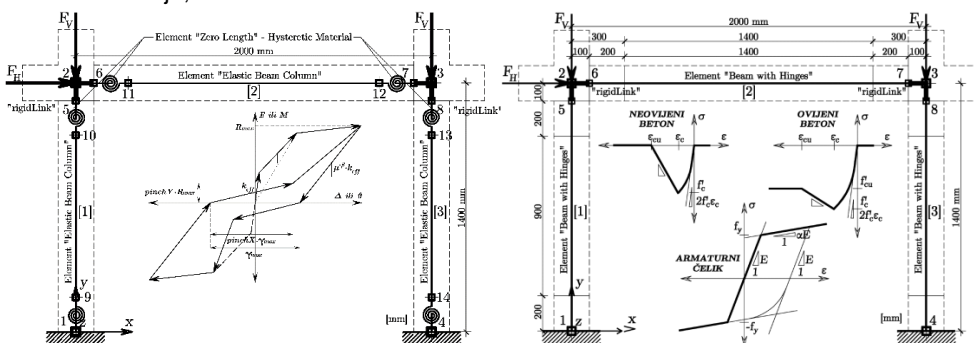




**Slika 2.** Prikaz eksperimentalne histerezne petlje (lijevo) i usporedba nje s numeričkim odzivom modela koncentriranih plastičnosti (desno)

## 2. Numerički modeli

Numerički model konstruiran je na dva načina programom *OpenSees* (koji proširuje *Tcl* tumač s naredbama za modeliranje i analizu), primjenom koncentriranih i distribuiranih plastičnosti (Slika 3). Na krajevima su stupova i greda pridružene karakteristike nosivosti prema Takeda histereznom pravilu [6]. Rubni uvjeti pri dnu stupova su apsolutno upeti, jednako kao i panel–zone čvorova stup–greda. Proračun duljine plastičnog zgloba proveden je prema [7]. Krivulje odnosa momenta savijanja i zakrivljenosti presjeka stupova i grede (analiza presjeka) provedene su također programom *OpenSees*, pri čemu su dobiveni ulazni parametri (moment–zakrivljenost,  $M-\phi$ ) za definiranje ovojnice pojedinog elementa, odnosa moment–rotacija,  $M-\theta$ .



**Slika 3.** Shematski prikaz numeričkog modela: za kalibraciju histereznog ponašanja – koncentrirane plastičnosti (lijevo) i za analizu pouzdanosti – distribuirane plastičnosti (desno)

Također je uzeta u obzir i korotacijska transformacija ( $P-\Delta$ ). Eksperimentalna histerezna petlja uspoređena je s numeričkim modelom koncentriranih plastičnosti na Slici 2. Model pokazuje dostatno poklapanje za ovu kratku studiju u pogledu nosivosti, duktilnosti, odnosno nelinearnog ponašanja.

## 2.1. Definiranje analiza pouzdanosti

Kalibriran numerički model ranije prikazan, nadograđen je s definiranim slučajnim varijablama normalnih (N) i log–normalnih (LN) razdioba, te definiranim parametrima koji su povezani sa slučajnim varijablama. Potrebno je naglasiti da je numerički model prilagođen tako da su mu elementi, odnosno presjeci definirani kao vlaknasti (s konstitucijskim materijalima vidljivim na Slici 3), dakle nisu definirani s oprugama, čije su karakteristike također dobivene iz analize presjeka definiranih kao vlaknasti. Razlog ovomu je lakše razumijevanje slučajnih varijabli i njenih pripadajućih parametara. Srednje vrijednosti svih slučajnih varijabli dobiveni su iz provedenih eksperimenata i kalibracije, dok su im pridruženi koeficijenti varijacije (COV) dobiveni dijelom iz eksperimentalnih ispitivanja materijala i dijelom iz dostupne relevantne literature (Tablica 1).

U cilju prikaza mogućnosti analiza pouzdanosti metodom konačnih elemenata (MKE) uvedena je i korelacija između pojedinih parametara, odnosno slučajnih varijabli. Tako je primjerice uvedena korelacija između čvrstoća na granici tečenja i modula elastičnosti armaturnog čelika u iznosu od 60 % što je usvojeno iz dostupne literature [8, 9]. Nadalje uvedena je potpuna korelacija između vršnih tlačnih čvrstoća betona za ovijeni i neovijeni dio betonskog presjeka isto kao i za pripadajuće deformacije, i to u iznosu od 100 %. Tako se važnosti pojedinih slučajnih varijabli za jednadžbu graničnog stanja može rangirati prema dva parametra,  $\alpha$  i  $\gamma$  (engl. *Importance vectors*). Tako parametar važnosti  $\alpha$  ne uzima u obzir korelaciju između slučajnih varijabli, dok parametar važnosti  $\gamma$  uzima u obzir definiranu korelaciju.

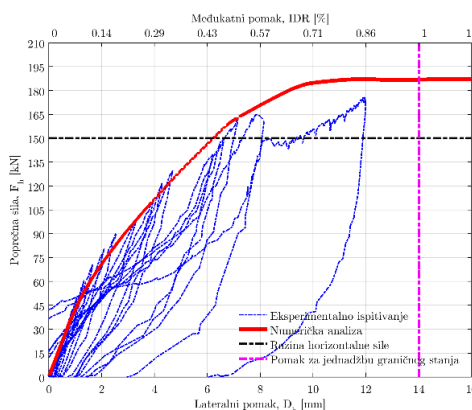
**Tablica 1.** Prikaz slučajnih varijabli sa svojim srednjim vrijednostima, standardnim devijacijama i koeficijentima varijacije

SV	Param.	$\mu_i$	$\sigma_i$	COV	Mj. jed.	Distr.	Reference za COV
101	$f_y$	550	44.00	0.08	[MPa]	LN	Eksp. + [10–12]
102	$E_s$	210000	12600	0.06	[MPa]	LN	Eksp. + [8–10]
103	$f_{c1C}$	–65	–9.75	0.15	[MPa]	N	Eksp. + [10, 13–16]
104	$\varepsilon_{c1C}$	–0.005	–0.0008	0.15	[—]	N	Eksp. + [10, 13, 17]
105	$f_{c1U}$	–50	–7.50	0.15	[MPa]	N	Eksp. + [10, 13, 15, 16]
106	$\varepsilon_{c1U}$	–0.002	–0.0003	0.15	[—]	N	Eksp. + [10, 13, 17]
107	$F_v$	365	36.50	0.10	[kN]	N	Eksp. + [12, 14]
108	$L_s$	1400	—	0.01	[mm]	N	[10, 14, 18]
109	$c_{cover}$	15	—	0.25	[mm]	N	[10, 14, 18]
110	$H_s$	200	—	0.05	[mm]	N	[10, 14, 18]
111	$H_g$	200	—	0.05	[mm]	N	[10, 14, 18]

U Tablici 1 simboli parametara označavaju sljedeće: granica tečenja armaturnog čelika ( $f_y$ ), modul elastičnosti armaturnog čelika ( $E_s$ ), tlačna čvrstoća ovijene betonske jezgre s pripadajućom deformacijom ( $f_{c1C}$ ,  $\varepsilon_{c1C}$ ), tlačna čvrstoća neovijenog betona s pripadajućom deformacijom ( $f_{c1U}$ ,  $\varepsilon_{c1U}$ ), vertikalna sila u jednom stupu ( $F_v$ ), visina stupa ( $L_s$ ), debljina zaštitnog sloja betona stupova i grede ( $c_{cover}$ ), visina poprečnog presjeka stupova i grede ( $H_s$ ,  $H_g$ ). Pristup analize pouzdanosti metodom konačnih elemenata ima prednost ponajprije u mogućnosti reduciranja nesigurnosti koje su inače prisutne kod analitičkog definiranja jednadžbe graničnog stanja, čiji se oblik znatno komplicira uzevši u obzir geometrijsku i

materijalnu nelinearnost te statičku neodređenost modela. Za procjenu pouzdanosti horizontalne nosivosti, u domeni potresnog inženjerstva, dovoljno je definirati jednadžbu graničnog stanja ograničavanjem primjerice međukatnog pomaka [19, 20]. Slika 4 prikazuje ovojnici nosivosti vlaknastog numeričkog modela u odnosu na ciklički odgovor eksperimenta. Na istoj slici odabrana je granica međukatnog pomaka na temelju koje je definirana jednadžba graničnog stanja. Također je usvojena konstantna vrijednost opterećenja horizontalnom silom u iznosu od 150 kN, što je za ovaj deterministički model iznos nosivosti pri kojoj se prekoračuje vrijednost čvrstoće na granici tečenja armaturnog čelika, nakon čega okvir progresivno gubi kapacitet horizontalne nosivosti. Dakle granično stanje pomaka je ograničeno na 14 mm, odnosno na 1.0 % međukatnog pomaka okvira, kako je definirano jednadžbom graničnog stanja (1). Za sve analize pouzdanosti, FOSM (engl. *First Order Second Moment*), FORM (engl. *First Order Reliability Method*), SORM (engl. *Second Order Reliability Method*) i Monte Carlo simulacije (engl. *Conventional brute-force Monte Carlo*, MCS), korištena je metoda postupnog guranja kontrolom horizontalnog opterećenja od 20 koraka do dosezanja konačnih 150 kN (zahtjev). Primarna jednadžba graničnog stanja tako glasi:

$$g\ x = 14.0 - u_3 \quad \text{ili} \quad g\ x = 0.01 \cdot L_{stup} - u_3 \quad (1)$$



**Slika 4.** Usporedba histereze (lijevo) i ovojnice (desno) za modificirani model s distribuiranim plastičnostima

Cilj analiza pouzdanosti (FOSM, FORM, SORM, MCS) je provjeriti njihovu usporedivost i primjenjivost tako da za Monte Carlo simulacije očekujemo vjerojatnost prekoračenja  $p_f$  za razuman broj simulacija ( $N_{MCS} \approx 10^5$ ) blizak FORM i SORM analizama. Za Monte Carlo simulacije kreiran je algoritam posebno za metodu postupnog guranja kontrolom sile, te posebno za kontrolu pomaka, čime možemo kreirati jednadžbu graničnog stanja ograničavajući određeni pomak ili progib (*kontrola sile*) ili ograničavajući neku od unutarnjih sila elemenata ili naprezanja (*kontrola pomaka*).

### 3. Rezultati analiza pouzdanosti

Tablice 2 i 3 prikazuju rang listu slučajnih varijabli (SV) i njihovih parametara prema važnosti, kao rezultat FORM analize, prema  $\alpha_i$  i  $\gamma_i$  vektoru, time je i vidljiva razlika u redoslijedu važnosti parametara sa i bez definirane korelacije. U tablicama 2 i 3 vidljiva je razlika u redoslijedu važnosti parametara sa i bez definirane korelacije. Vrijednosti  $X_i^*$  prikazuju vrijednosti pojedinih parametara kako bi za isto horizontalno opterećenje od 150 kN dosegli točno željeni ciljani projektni pomak (engl. *Design point*). Vrijednosti  $X_i^*$  mogu služiti i za optimizaciju sustava tako da se iterativnim postupkom prati razlika srednjih vrijednosti  $\mu_i$  u odnosu na projektne (ciljane) vrijednosti  $X_i^*$  i racionaliziraju određene dimenzije presjeka, rasponi ili mehanička svojstva materijala.

**Tablica 2.** Rang lista slučajnih varijabli (SV) i parametara prema važnosti, kao rezultat FORM analize, prema  $\gamma_i$  vektoru, odnosno **uzimajući** u obzir korelaciju između definiranih slučajnih varijabli za jednadžbu graničnog stanja  $g \ x = 14.0 - u_3$

$SV_i$	Param.	Mj. jed.	$\mu_i$	$X_i^*$	$\alpha_i$	$\gamma_i$
110	$H_s$	[mm]	2.000E+02	1.859E+02	-0.41402	-0.47684
101	$f_y$	[MPa]	5.500E+02	5.093E+02	-0.42490	-0.46979
103	$f_{c1C}$	[MPa]	-6.500E+01	-4.111E+01	-0.68746	0.44947
109	$C_{cover}$	[mm]	1.500E+01	1.738E+01	0.33134	0.38161
104	$f_{c1U}$	[MPa]	-5.000E+01	-3.165E+01	-0.04235	0.34575
111	$H_g$	[mm]	2.000E+02	1.538E+02	-0.22961	-0.26444
108	$L_s$	[mm]	1.400E+03	1.405E+03	0.09217	0.10615
107	$F_v$	[kN]	-3.650E+05	-3.421E+05	-0.03832	0.04414
102	$E_s$	[MPa]	2.100E+05	1.993E+05	-0.02263	-0.03260
105	$\varepsilon_{c1C}$	[—]	-5.000E-03	-5.855E-03	-0.02574	0.02124
106	$\varepsilon_{c1U}$	[—]	-2.000E-03	-2.340E-03	-0.00104	0.00850

**Tablica 3.** Rang lista slučajnih varijabli (SV) i parametara prema važnosti, kao rezultat FORM analize, prema  $\alpha_i$  vektoru, odnosno **ne uzimajući** u obzir korelaciju između definiranih slučajnih varijabli za jednadžbu graničnog stanja  $g \ x = 14.0 - u_3$

$SV_i$	Param.	Mj. jed.	$\mu_i$	$X_i^*$	$\alpha_i$	$\gamma_i$
103	$f_{c1C}$	[MPa]	-6.500E+01	-4.111E+01	-6.875E-01	4.495E-01
101	$f_y$	[MPa]	5.500E+02	5.093E+02	-4.249E-01	-4.698E-01
110	$H_s$	[mm]	2.000E+02	1.859E+02	-4.140E-01	-4.768E-01
109	$C_{cover}$	[mm]	1.500E+01	1.738E+01	3.313E-01	3.816E-01
111	$H_g$	[mm]	2.000E+02	1.538E+02	-2.296E-01	-2.644E-01
108	$L_s$	[mm]	1.400E+03	1.405E+03	9.217E-02	1.062E-01
104	$f_{c1U}$	[MPa]	-5.000E+01	-3.165E+01	-4.235E-02	3.458E-01
107	$F_v$	[kN]	-3.650E+05	-3.421E+05	-3.832E-02	4.414E-02
105	$\varepsilon_{c1C}$	[—]	-5.000E-03	-5.855E-03	-2.574E-02	2.124E-02
102	$E_s$	[MPa]	2.100E+05	1.993E+05	-2.263E-02	-3.260E-02
106	$\varepsilon_{c1U}$	[—]	-2.000E-03	-2.340E-03	-1.040E-03	8.500E-03

Vidljivo je da korelacija ne utječe samo na parametre na koje se odnosi, već i na sve parametre s kojima su u interakciji unutar numeričkog modela. Na razini poprečnog presjeka je vidljivo da su parametri ovijenog i neovijenog betona u ovom slučaju najosjetljiviji na korelaciju parametara armaturnog čelika gdje parametri čvrstoća ovijenog i neovijenog betona,  $f_{c1C}$  i  $f_{c1U}$ , dobivaju na važnosti. Budući da karakteristike armaturnog čelika direktno utječu na ponašanje ovijenog betona, parametar  $f_{c1C}$  postaje najvažnijim parametrom za granično stanje  $g \cdot x = 14.0 - u_3$ , dok parametar  $f_{c1U}$  postaje manje značajan.

FORM analiza je zaključena s ukupno 29 iteracija pomoću HLRF postupka, evaluirajući tako ukupno 60 aproksimacija  $g$ -funkcija. Također je provedena i SORM analiza na dva načina: usvajanjem prve glavne krivulje zakrivljenosti, SORM-FP (engl. *First Principal [Curvature]*), te kombinacijom 10 krivulja zakrivljenosti za bolju aproksimaciju indeksa pouzdanosti SORM-CF (engl. *Curvature Fitting*). Razlika indeksa pouzdanosti  $\beta_{FORM}$  i  $\beta_{SORM-CF}$  je svega 0.139 %. Tako je vjerojatnost prekoračenja graničnog stanja  $p_{f,FORM} = 0.100$  %, odnosno  $p_{f,SORM-CF} = 0.099$  %. Nadalje smo dodali za usporedbu dodatne dvije jednadžbe graničnog stanja (granično stanje pomaka od 10 mm i 6 mm) kako bi usporedili trend smanjenja indeksa pouzdanosti u odnosu na smanjenje definiranog graničnog stanja pomaka. U Tablici 4 uspoređeni su indeksi pouzdanosti FORM, FOSM, SORM-FP i SORM-CF analiza za granična stanja od 14 mm, 10 mm i 6 mm međukatnog pomaka.

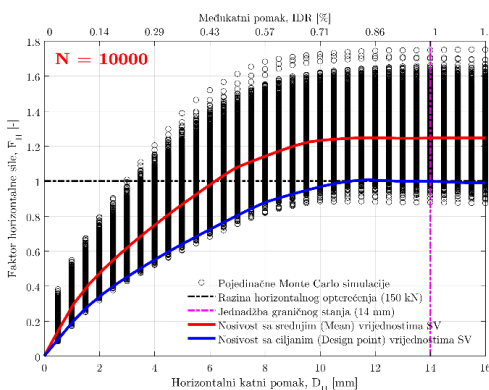
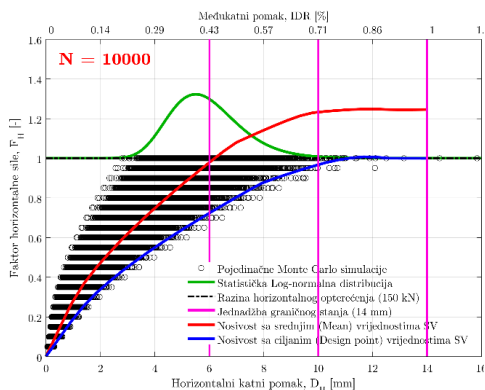
**Tablica 4.** Usporedba indeksa pouzdanosti FORM, FOSM, SORM-FP i SORM-CF analizom za tri jednadžbe graničnih stanja

Analiza	Indeks pouzdanosti, $\beta$	GS #1 $D_H = 14$ mm	GS #2 $D_H = 10$ mm	GS #3 $D_H = 6$ mm
FOSM	$\beta_{FOSM}$	4.403	2.296	0.187
FORM	$\beta_{FORM}$	3.089	2.358	0.306
SORM-FP	$\beta_{SORM-FP}$	3.089	2.358	0.306
SORM-CF	$\beta_{FOSM-CF}$	3.093	2.364	0.309

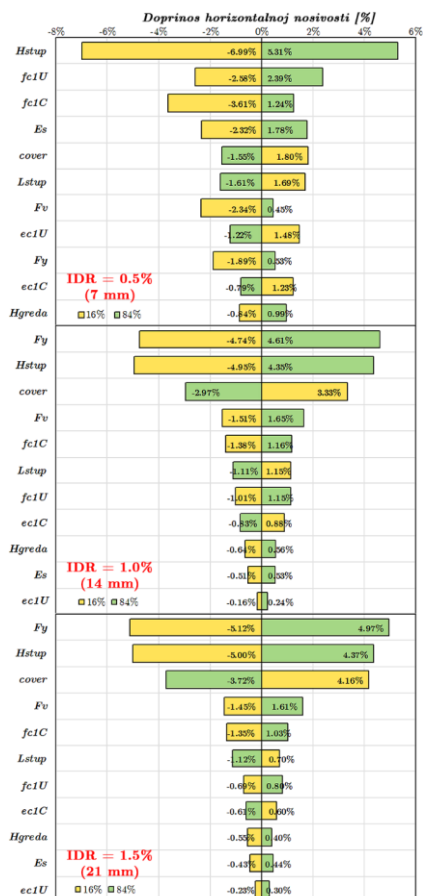
U nastavku su prikazani rezultati Monte Carlo analiza (*Conventional brute-force Monte Carlo*) za  $N_{MCS} = 10^4$  simulacija, provodeći nelinearne analize kontrolom horizontalne sile (engl. *Load Control*, LC) od ukupno 150 kN u 20 koraka po 7.5 kN (Slika 5). Uočljivo je koliko se razlikuju crvena i plava krivulja nosivosti. Crvena krivulja nosivosti okvira je proizašla koristeći srednje vrijednosti svih parametara, dok je plava krivulja nosivosti temeljena na vrijednostima pojedinih parametara dobivenih FORM analizom s obzirom na zadanu jednadžbu graničnog stanja. Također s obzirom na kompleksnost sustava, iz Tablice 5 je vidljivo da se za dovoljno točan izračun vjerojatnosti prekoračenja graničnog stanja preporučuje 100000 ( $10^5$ ) simulacija.

**Tablica 5.** Usporedba utjecaja broja Monte Carlo simulacija (MCS–LC) s FORM analizom na vjerojatnost prekoračenja pojedinog graničnog stanja

Broj MCS, $N_{MCS}$	Granično stanje #1, $D_H = 14$ mm,	Granično stanje #2, $D_H = 10$ mm,	Granično stanje #3, $D_H = 6$ mm,	Vrijeme MCS (h:m:s)
	$p_{f,MCS}$	$p_{f,MCS}$	$p_{f,MCS}$	
50	0.0000	0.0000	0.3200	0:00:01
100	0.0000	0.0000	0.3400	0:00:02
250	0.0000	0.0040	0.4280	0:00:03
500	0.0020	0.0050	0.3620	0:00:03
1000 ( $10^3$ )	0.0010	0.0060	0.4110	0:00:05
2500	0.0020	0.0060	0.3840	0:00:10
5000	0.0016	0.0074	0.3878	0:00:20
10000 ( $10^4$ )	0.0008	0.0080	0.3846	0:00:37
100000 ( $10^5$ )	0.0010	0.0085	0.3823	0:05:53
500000	0.0010	0.0090	0.3780	0:26:20
$p_{f,FORM}$	0.0010	0.0091	0.3798	0:00:03


**Slika 5.** Ilustracija MCS za  $N_{MCS} = 10\,000$  simulacija, MCS–LC (lijevo) i MCS–DC (desno)





**Slika 6.** Tornado dijagrami za 3 jednadžbe graničnih stanja

Jednako je prikazan utjecaj Monte Carlo simulacijama doprinos broja simulacija  $N_{MCS}$  u značajno plastičnom području odgovora numeričkog modela. U ovu svrhu provedena je Monte Carlo simulacija kontrolom pomaka (engl. *Displacement Control*, DC) kako bi odziv modela mogao konvergirati u svom nelinearnom području. Kontrola pomaka se provela do iznosa pomaka od IDR = 1.12 %, odnosno do pomaka od 16 mm u 32 koraka, što čini jedan korak od 0.5 mm (Slika 5). Kontrolom pomaka konstruiran je i tzv. tornado dijagram koji je postao uobičajen u analizama pouzdanosti područja potresnog inženjerstva [11, 21–23]. Svaki parametar slučajne varijable se pojedinačno usvaja sa svojim 16 % i 84 % fraktilom vrijednosti te se provodi statička (ili moguća dinamička) analiza te prati razlika u odzivu modela. U ovom je slučaju to horizontalna nosivost prikazana u postotku razlike odziva s obzirom na odziv srednjih vrijednosti svih parametara. Na Slici 6 može se vidjeti različita važnost parametara za tri granična stanja horizontalnog pomaka. Posebno je vidljivo koji parametri svojom većom vrijednošću povećavaju, a koji smanjuju vrijednosti horizontalne nosivosti modela.

Budući da je  $10^5$  simulacija moguće provesti u gotovo 5 minuta za ovaj primjer (i konfiguraciju danas prosječnog prijenosnog računala), nema razloga žrtvovati broj simulacija i procjenu točnosti same analize. U ovom i kompleksnijim slučajevima bi se dakako pokazala racionalnija metoda *Latin Hypercube Sampling* (LHS) koju svakako treba razmotriti ovisno o mogućnostima programskog jezika, primjerice Python ili MATLAB.

## 4. Zaključak

Prikazana je mogućnost primjene analize pouzdanosti na potpuno nelinearnom numeričkom modelu, primjenom MKE te usporedivost FOSM, FORM, SORM–FP, SORM–CF metoda sa MCS. Ovaj pristup je posebno pogodan zbog moguće implementacije geometrijske i materijalne nelinearnosti, provedbu statičke i dinamičke analize, jednostavno pokrivanje ovisnih i epistemičkih nesigurnosti (engl. *Aleatory & Epistemic Uncertainty*) u pogledu materijalnih i geometrijskih karakteristika, te potresnih zapisa u slučaju dinamičkih analiza. Također se mogu optimizirati značajni parametri na temelju ciljanog pomaka (engl. *Design Point*), može se definirati više jednadžbi graničnih stanja tijekom iste analize, koje se mogu temeljiti na lokalnim ili globalnim odzivima sustava, prateći unutarnje sile i pomake, odnosno deformacije. FOSM analiza procjenjuje indeks pouzdanosti  $\beta_{FOSM}$  veću za do 40 % od ostalih analiza koje su međusobno usporedive. FORM analiza nam pruža uvid u važnost pojedinih parametara putem vektora važnosti bez utjecaja korelacije  $\alpha_i$  i s utjecajem korelacije  $\gamma_i$ . SORM analiza u odnosu na FORM analizu daje manju razliku u indeksu pouzdanosti pojedinih graničnih stanja, i to otprilike 0.14 %, što je za ovaj primjer zanemarivo. Monte Carlo simulacije daju vrlo točne vrijednosti vjerojatnosti prekoračenja pojedinih graničnih stanja  $p_f$  za broj simulacija veći od  $N_{MCS} \geq 10^5$ . Značajni parametri za glavnu jednadžbu graničnog stanja koja iznosi  $g \cdot x = 1.0 \% IDR - u_3$ , temeljeni na vektoru važnosti su:  $H_s$  ukupna visina poprečnog presjeka stupa,  $f_y$  vlačna čvrstoća armaturnog čelika na granici tečenja,  $f_{c1C}$  vršna tlačna čvrstoća ovijenog dijela (jezgre) betona,  $C_{cover}$  zaštitni sloj betona koji direktno utječe na statičku visinu presjeka,  $f_{c1C}$  vršna tlačna čvrstoća neovijenog dijela (zaštitnog sloja) betona, te  $H_g$  reda ukupna visina poprečnog presjeka grede.

## Literatura

- [1] Grubišić, M.: Modeli ocjene ojačanja armiranobetonskih okvira dodavanjem ispuna pri potresnom djelovanju, doktorska disertacija, Nosive konstrukcije, Sveučilište u Osijeku, Građevinski fakultet Osijek, 2016, <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:133:253853>.
- [2] McKenna, F., Fenves, G. L., Scott, M. H., Mazzoni, S., Jeremić, B.: OpenSees – Open System for Earthquake Engineering Simulation, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA. <http://opensees.berkeley.edu>, Tech. Rep., 2000.
- [3] Datta, T. K.: Seismic Analysis of Structures, J. W. Sons, Ed. John Wiley & Sons, 2011., <https://doi.org/10.1002/9780470824634>.
- [4] EN1992–1:2004, Eurocode 2 – Design of Concrete Structures: General Rules and Rules for Buildings, C. European Committee for Standardization, Ed. European Committee for Standardization, CEN, 2004, <http://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/>

- [5] EN1998–1:2004, Eurocode 8 – Design of Structures for Earthquake Resistance — Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings, C. European Committee for Standardization, Ed. European Committee for Standardization, CEN, 2004, <http://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/>
- [6] Takeda, T., Sozen, M. A., Nielsen, N. N.: Reinforced concrete response to simulate earthquakes, ASCE, Journal of the Structural Division, vol. 96(12), pp. 2557–2573, 1970., <http://cedb.asce.org/CEDBsearch/record.jsp?dockey=0017038>
- [7] Paulay, T., Priestley, M. J. N.: Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings, Wiley, Ed. Wiley–Interscience; 1st edition (March 1992), 1992.
- [8] Hess, P. E., Bruchman, D., Assakkaf, I. A., Ayyub, B. M.: Uncertainties in material strength, geometric, and load variables, Naval Engineers Journal, ASNE, 2002., <https://doi.org/10.1111/j.1559-3584.2002.tb00128.x>
- [9] Buonopane, S. G.: Strength and reliability of steel frames with random properties, Journal of Structural Engineering, vol. 134, no. 2, pp. 337–344, 2008., [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2008\)134:2\(337\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2008)134:2(337))
- [10] JCSS, Probabilistic Model Code Part III. Joint Committee On Structural Safety (JCSS), Denmark, Technical University of Denmark, 2000., <http://www.jcss.byg.dtu.dk>
- [11] Celarec, D., Ricci, P., Dolšek, M.: The sensitivity of seismic response parameters to the uncertain modelling variables of masonry–infilled reinforced concrete frames, Engineering Structures, vol. 35, pp. 165–177, 2012., <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.11.007>
- [12] Ellingwood, B., Galambos, T., MacGregor, J., Cornell, C.: Development of a Probability–Based Load Criterion For American National Standard A58, Washington, DC, National Bureau of Standards, Tech. Rep., 1980., <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/SP/nbsspecialpublication577.pdf>
- [13] El-Reedy, M. A.: Reinforced Concrete Structural Reliability. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2012., <http://www.worldcat.org/title/reinforced-concrete-structural-reliability/oclc/929419967>
- [14] Robertson, L. E., Naka, T.: Tall Building Criteria and Loading, E. H. Gaylord and R. J. Mainstone, Eds. American Society of Civil Engineers, ASCE, 1980., <http://cedb.asce.org/CEDBsearch/record.jsp?dockey=0030268>
- [15] Mishra, D. K.: Compressive Strength Variation of Concrete in a Large Inclined RC Beam by Non-Destructive Testing, Associated Cement Companies Ltd, Tech. Rep., 1990.
- [16] Obla, K.: Variation in Concrete Strength Due To Cement – Part III of Concrete Quality Series, Concrete InFocus, NRMCA, vol. 9, no. 4, pp. 21–23, 2010.
- [17] Sundararaja, C.: Probabilistic Structural Mechanics Handbook: Theory and Industrial Applications. Springer – Science + Business Media, B.V., 1995., <https://doi.org/10.1007/978-1-4615-1771-9>
- [18] Bartlett, F. M., MacGregor, J. G.: Assessment of Concrete Strength in Existing Structures, Department of Civil Engineering, University of Alberta, Edmonton, Alberta, Tech. Rep., 1994., <https://doi.org/10.7939/R3C53F22C>
- [19] Haukaas, T., Kiureghian, A. D.: Finite element reliability and sensitivity methods for performance–based earthquake engineering, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Tech. Rep., 2004., [http://apps.peer.berkeley.edu/publications/peer\\_reports/reports\\_2003/0314.pdf](http://apps.peer.berkeley.edu/publications/peer_reports/reports_2003/0314.pdf)

- [20] Bozorgnia, Y., Bertero, V.: Earthquake Engineering: From Engineering Seismology to Performance-Based Engineering. CRC Press, 2004., <https://www.crcpress.com/Earthquake-Engineering-From-Engineering-Seismology-to-Performance-Based/Bozorgnia-Bertero/p/book/9780849314391>
- [21] Porter, K.: A beginners guide to fragility, vulnerability, and risk, University of Colorado Boulder and SPA Risk LLC, Denver CO USA, Tech. Rep., 2015., <http://www.sparisk.com/pubs/Porter-beginners-guide.pdf>
- [22] Lee T.-H., Mosalam K. M.: Probabilistic seismic evaluation of reinforced concrete structural components and systems, Pacific Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, PEER Report 2006/04, Tech. Rep., 2006., [https://peer.berkeley.edu/sites/default/files/peer\\_604\\_t-h.\\_lee\\_k.\\_mosalam.pdf](https://peer.berkeley.edu/sites/default/files/peer_604_t-h._lee_k._mosalam.pdf)
- [23] Huang, Y.-N., Whittaker, A. S., Luco, N.: Performance assessment of conventional and base-isolated nuclear power plants for earthquake and blast loadings, University of Buffalo, Technical Report MCEER-08-0019, Tech. Rep., 2008., <http://mceer.buffalo.edu/pdf/report/08-0019.pdf>